

# Uticaj toplotne memorije na termoelastičnu komponentu fotoakustičkog odziva

Mioljub V. Nešić, Marica N. Popović, Slobodanka P. Galović

INN „Vinča“, Univerzitet u Beogradu, Beograd, Srbija

## Izvod

U radu je izveden model termoelastične komponente fotoakustičkog odziva koji uzima u obzir termalno-memorijska svojstva ispitivanog materijala. Urađeno je poređenje dobijenog modela sa klasičnim modelom, koji zanemaruje uticaj toplotne memorije. Primećeno je da na veoma niskim i na veoma visokim učestanostima modulacije svetlosne pobude modeli teže poklapanju, a da se u srednjem opsegu učestanosti pojavljuju izraženije razlike između dva modela, što znači da se u ovom opsegu mora uzeti u obzir uticaj toplotne memorije. Pokazano je da su granice ovog opsega određene brzinom provođenja toplote i debljinom uzorka. Na osnovu softverske obrade dobijenih rezultata, zaključeno je da u opsegu od interesa na svojstva odzivnog signala znatan uticaj vrše dinamička toplotna svojstva, toplotna difuzivnost i termalno vreme relaksacije, kao i debljina uzorka.

*Ključne reči:* fotoakustika; termoelastično savijanje; toplotna memorija.

Dostupno na Internetu sa adrese časopisa: <http://www.ache.org.rs/HI/>

Kada se neki uzorak izloži dejstvu elektromagnetnog (u daljem tekstu EM) zračenja iz najšireg spektra talasnih dužina, deo pobudne energije se apsorbuje a deo apsorbovane energije se različitim relaksaciono-dekscitacionim procesima transformiše u toplotu (foto-termalni efekat) [1–5]. Tako generisana toplota uzrokuje poremećaj termodinamičkog stanja (pritisak, temperatura, gustina) koji se prostire kroz uzorak i njegovu bližu okolinu, proizvodeći čitav niz detektabilnih fenomena (fototermalnih fenomena): promenu temperature na površini uzorka, defleksiju površina uzorka, prostiranje akustičkih talasa u fluidnom okruženju uzorka, pojavu gradijenta optičkog indeksa prelamanja u uzorku i njegovoj okolini, itd. Čitav niz metoda, takozvanih fotoakustičkih (FA) i fototermalnih (FT) metoda je zasnovan na detekciji nekog od pomenutih FT fenomena [1–5].

FA i FT metode se poslednjih tridesetak godina vrlo intenzivno razvijaju i široko primenjuju za određivanje optičkih, termalnih, elastičnih, elektronskih i geometrijskih karakteristika čvrstih tela i elektronskih naprava. Razvoj ovih eksperimentalnih tehnika povezan je kako sa razvojem različitih detekcionih šema, tako i sa razvojem teorijskih modela na osnovu kojih se mogu tumačiti i analizirati eksperimentalno mereni odzivi. U klasičnim teorijama FA odziva [4–8] do sada je ignorisana činjenica da čvrsta tela pokazuju svojstva toplotne memorije. Ovaj nedostatak mora se eliminisati da bi se

NAUČNI RAD

UDK 536.2:535

Hem. Ind. 65 (3) 219–227 (2011)

doi: 10.2298/HEMIND110209021N

FA merenja ispravno tumačila, ali i da bi se razmislile perspektive daljeg razvoja FA eksperimentalnih tehnika.

U ovom radu je izveden model za optički generisano termoelastično savijanje, koji uključuje uticaj toplotne memorije materijala. Analizom modela pokazano je da snimljeni FA signal nosi informaciju o memorijskim svojstvima u određenom opsegu učestanosti modulacije, što nas dovodi do zaključka da detekciona šema FA tehnike može da se prilagodi tako da se mere toplotna memorijska svojstva različitih čvrstih tela. Dobijeni rezultat je veoma značajan s obzirom na to da ova svojstva materijala nisu do sada eksperimentalno merena, niti je predložena metodologija za njihovo određivanje, a ukazuje i na značajno proširenje mogućnosti FA i FT metoda u karakterizaciji materijala.

## Generalizovana teorija termoelastičnosti u čvrstim telima

Toplota, generisana u uzorku usled apsorpcije pobudnog EM snopa, uzrokuje termalno širenje kristalne rešetke i na taj način postaje izvor prostiranja elastičnih talasa proizvodeći dva tipa elastičnog pomeraja: elastično širenje i elastično savijanje (slika 1). S druge strane, elastični talasi se pojavljuju kao dodatni izvor poremećaja temperaturnog polja u uzorku [4,7,9]. Da bi se objasnio uticaj pomenutih fizičkih procesa na FA signal neophodno je razviti teorijski model zasnovan na rešenjima spregnutog sistema diferencijalnih jednačina: jednačina prostiranja elastičnih talasa i jednačina prostiranja toplote kroz čvrsta tela, za datu eksperimentalnu konfiguraciju [7,9].

Na osnovu prethodnih modela pokazano je da se uticaj elastičnih talasa na raspodelu temperaturnog polja može zanemariti ako je zadovoljena sledeća nejednakost [4,8]:

Prepiska: S.P. Galović, i M.V. Nešić, INN „Vinča“, Mike Petrovića Alasa 12–14, 11001 Beograd, Srbija.

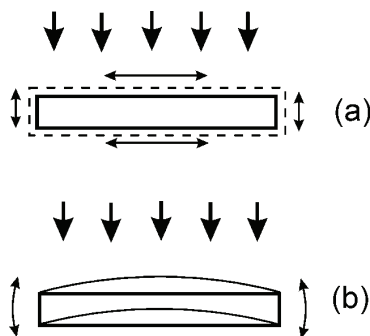
E-pošta: bobagal@vinca.rs (S. P. Galović); mioljub@gmail.com (M. V. Nešić)

Rad primljen: 9. februar, 2011

Rad prihvaćen: 22. mart, 2011

$$\frac{(3\alpha_T)^2 T_0}{(\rho \xi c_i)^2 C_e} \ll 1$$

gde je  $\alpha_T$  koeficijent linearnog termičkog širenja,  $T_0$  temperatura ambijenta (dalje okoline uzorka),  $\xi$  modul izotermalne kompresije,  $\rho$  gustina tela,  $c_i$  brzina izotermalnih longitudinalnih elastičnih talasa i  $C_e$  specifična toplota pri konstantnoj elastičnoj deformaciji. Gornji uslov je kod čvrstih tela uvek ispunjen [4,8]. Pokazuje se takođe da je moguće zanemariti toplotu uzrokovanu naprezanjem rešetke koju proizvodi deformacija elektrona povezana sa interakcijama između nosilaca naelektrisanja i fotona [4]. Uzimajući u obzir ovo razmatranje, problem modelovanja te deformacije i FA odziva se svodi na rešavanje raspregnutog sistema diferencijalnih jednačina u kome se raspodela temperaturnog polja pojavljuje kao izvor elastične deformacije [4,8].



Slika 1. Grafički prikaz termoelastičnih pomeraja, a) termoelastično širenje, b) termoelastično savijanje.  
Figure 1. Graphic representation of thermoelastic displacements, a) thermoelastic dilatation, b) thermoelastic bending.

U svim prethodnim modelima pretpostavljena je difuziona priroda termalnih transportnih procesa i korišćen je klasičan, Furijeov (Fourier) difuzioni model provođenja toplote [4-9]. Difuziona priroda i klasični model implicitno sadrže pretpostavku o beskonačnoj brzini prostiranja termalnog signala [10–13], koji se, kao i svaki drugi signal u prirodi, ne može prostirati beskonačnom brzinom. Pomenuti nedostatak se otklanja polazeći od generalizovanog, hiperboličnog zakona provođenja toplote, kakav predlaže teorija o provođenju toplote u sredinama sa toplotnom memorijom [10–13], a koju potvrđuje jedan broj eksperimentalnih rezultata. U našim prethodnim radovima je pokazano da uračunavanje uticaja toplotne memorije značajno utiče na raspodelu temperaturnog polja [10,14–16] pa se takođe očekuje značajan uticaj ovog fenomena na termoelastične talase i na FA odziv, pošto raspodela temperaturnog polja predstavlja izvor elastičnih deformacija.

Na osnovu gore iznetih teorijskih razmatranja, generalizovani model termoelastične deformacije matematički je opisan sledećim sistemom parcijalnih diferencijalnih jednačina:

$$\nabla^2 T(\vec{r}, t) - \frac{1}{D_T} \left[ \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 T(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \right] =$$

$$= -\frac{1}{k} \left[ S(\vec{r}, t) + \frac{\partial S(\vec{r}, t)}{\partial t} \right]$$

$$\mu \nabla^2 \vec{u}(\vec{r}, t) + (\lambda + \mu) \nabla \left( \nabla \times \vec{u}(\vec{r}, t) \right) -$$

$$-\rho \frac{\partial^2 \vec{u}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \nabla \beta_T T(\vec{r}, t)$$

gde su  $T(\vec{r}, t)$  skalarno temperaturno polje i  $\vec{u}(\vec{r}, t)$  vektorsko polje elastičnih talasa,  $S(\vec{r}, t)$  je optički generisan izvor toplotnih talasa,  $D_T$  koeficijent toplotne difuzije,  $\tau$  termalno vreme relaksacije,  $k$  koeficijent toplotne provodnosti,  $\lambda$  i  $\mu$  Laméove konstante elastičnosti,  $\rho$  gustina i  $\beta_T$  koeficijent zapreminskog širenja uzorka.

#### Termoelastično savijanje u FA eksperimentalnoj konfiguraciji

U FA eksperimentima se obično koristi uzorak oblika diska poluprečnika  $R$  i debljine  $l_s$ , gde je  $R \gg l_s$ , koji se osvetljava homogenim optičkim snopom, harmonijski modulisanim po intenzitetu (slika 2):

$$I = \frac{I_0}{2} e^{i\omega t} \quad (3)$$

gde je  $I_0$  snaga pobudnog snopa i  $\omega$  učestanost modulacije.

Na osnovu modela datog jednačinama (1) i (2), da bi se formirao model termoelastične deformacije, neophodno je prvo odrediti raspodelu temperaturnog polja.

Uvodeći sledeće pretpostavke: 1) celokupna apsorpcija pobude energije dešava se u vrlo tankom površinskom sloju osvetljene strane uzorka (što je dosta dobra aproksimacija za metale [8], a kod ostalih čvrstih tela se relativno lako postiže nanošenjem dodatnog vrlo tankeg apsorpcionog sloja [4]), 2) uzorak je okružen gasom koji je mnogo lošiji toplotni provodnik od uzorka (pa se prenos toplote sa uzorka u okolinu može zanemariti) i 3) uvodimo Furijeovu transformaciju po vremenu i posmatramo samo harmonijsku komponentu zbog toga što detekcija omogućuje posmatranje samo stacionarne komponente. Na osnovu rezultata rada [10], raspodela temperaturne varijacije  $v_s(\vec{r}, t) = T(\vec{r}, t) - T_{amb}$  ( $T_{amb}$  je temperatura daljeg okruženja uzorka) data je sledećim izrazom:

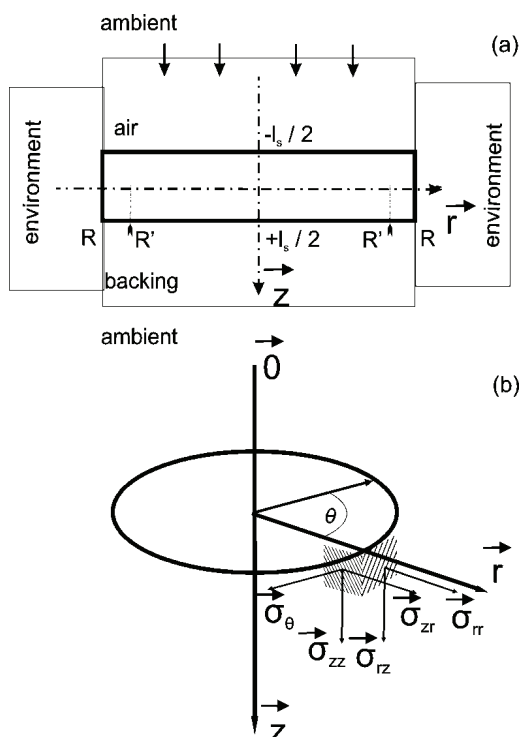
$$v_s = \frac{l_0}{2} Z_{cs} \frac{\cosh(\sigma_s(z - \frac{l_s}{2}))}{\sinh(\sigma_s l_s)} \quad (4)$$

gde su toplotna impedancija,  $Z_{cs}$ , i koeficijent prostiranja toplotnih talasa,  $\sigma_s$ , dati izrazima:

$$Z_{cs} = \frac{\sqrt{D_T}}{k} \sqrt{\frac{1+j\omega\tau}{j\omega}} \quad (5)$$

$$\sigma_s = \frac{1}{\sqrt{D_T}} \sqrt{j\omega(1+j\omega\tau)} \quad (6)$$

i gde  $\tau$  označava toplotno vreme relaksacije i predstavlja parametar koji opisuje toplonu memoriju materijala.



Slika 2. Geometrija problema: a) poprečni presek i b) cilindrična geometrija.

Figure 2. Geometry of the problem: a) cross-section and b) cylinder geometry.

Pri izvođenju jednačine (4) pretpostavljeno je da važe uslovi kontinuiteta temperature i toplotnog fluksa na heteromeđupovršinama (dodirnim površinama između različitih materijala) i da na većem rastojanju od uzorka poremećaj temperature postaje jednak nuli, odnosno temperatura ostaje jednaka temperaturi dalje okoline uzorka [10].

Jednačina (4) implicira da je  $v_s$  funkcija samo aksijalne z-koordinate (slika 2) što znači da važi relacija:

$$\nabla v_s = f(z) \quad (7)$$

Model za vektorsko polje elastičnog pomeraja,  $u(r, z)$  u cilindričnom koordinatnom sistemu (slika 2), gde je azimutalni pomeraj jednak nuli zbog simetrije problema, a svi naponi i naprezanja su nezavisni od cilindrične koordinate  $\theta$  [8,17], svodi se uz izvor dat uslovom (7) na rešavanje sledećeg sistema jednačina:

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{1+\nu}{1-\nu} a_T v_s - \frac{\nu}{1-\nu} \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial r} = -\frac{\partial u_r}{\partial z} \quad (10)$$

uz granični uslov za jednostavno oslonjenu ploču u tački  $R'$  (koji na zadovoljavajući način opisuju uslove u FA eksperimentu) [4,8]:

$$u_z = 0 \text{ za } r = R' \text{ i } z = \frac{l_s}{2} \quad (11)$$

i uz uslov da su sile i momenti jednaki nuli na slobodnoj ivici kružne ploče  $R$  [8].

U gornjim jednačinama sa  $u_r$  i  $u_z$  označeni su pomeraji u pravcu  $r$  odnosno  $z$ -koordinate. Uvedena je takođe pretpostavka da jednačina termoelastičnog poremećaja dozvoljava harmonijsko rešenje dobijeno iz odgovarajuće statističke jednačine. Ova hipoteza se često koristi u različitim problemima povezanim sa prostiranjem elastičnih talasa [8,17] i ekvivalentna je zanemarivanju člana u dinamičkoj jednačini (2) koji odgovara inerciji uzorka u odnosu na druge članove (pokazano je da u slučaju tanke kružne ploče ovo ekvivalentno sledećem uslovu:  $\omega R' \ll c$ , gde je  $c$  brzina zvuka u uzorku a  $\omega$  učestanost modulacije optičkog snopa [8]).

Zamenjujući granične uslove u opšte rešenje jednačina (8)–(10) dobija se:

$$u_r(r, z) = r a_T \left( \frac{12 M_T z}{l_s^3} + \frac{N_T}{l_s} \right) \quad (12)$$

$$u_z(r, z) = a_T \left[ \frac{6(R^2 - r^2)}{l_s^3} M_T + \frac{1+\nu}{1-\nu} \int_{\frac{l_s}{2}}^z v_s dz \right] - a_T \left[ \frac{\nu}{1-\nu} \left( \frac{12 M_T}{l_s^3} \left( z^2 - \frac{l_s^2}{4} \right) + \frac{2 N_T}{l_s} \left( z - \frac{l_s}{2} \right) \right) \right] \quad (13)$$

gde su:

$$M_T = \int_{-\frac{l_s}{2}}^{\frac{l_s}{2}} z v_s(z) dz \quad (14)$$

i:

$$N_T = \int_{-\frac{l_s}{2}}^{\frac{l_s}{2}} v_s(z) dz \quad (15)$$

U slučaju tanke kružne ploče ( $R' \gg l_s$ ) moguće je pretpostaviti da je elastična deformacija aproksimativno ista po debljini ploče, što znači da je elastični pomeraj isti duž z-ose (slika 2). U tom slučaju, termoelastično savijanje se može opisati termoelastičnim pomerajem u tački  $z = l_s/2$ :

$$u_z(r, z) = a_T \frac{6(R'^2 - r^2)}{l_s^3} \int_{-\frac{l_s}{2}}^{\frac{l_s}{2}} z v_s(z) dz \quad (16)$$

koji se, za raspodelu temperaturnog polja dat jednačinom (4), opisuje izrazom (17):

$$u_z\left(r, \frac{l_s}{2}\right) = a_T \frac{3(R'^2 - r^2)}{\sigma_s^2 l_s^3} l_0 Z_{cs} \left[ \frac{\cosh(\sigma_s l_s) - \left(\frac{\sigma_s l_s}{2}\right) \sinh(\sigma_s l_s) - 1}{\sinh(\sigma_s l_s)} \right] \quad (17)$$

Koristeći model za TE komponentu FA odziva [8],  $\rho_{ac}$ :

$$\rho_{ac} = \frac{\gamma P_0}{V_0} \int_0^{R'} 2\pi r u_z\left(r, \frac{l_s}{2}\right) dr \quad (18)$$

i izraz (17), dobija se generalizovani model TE komponente FA odziva:

$$\rho_{ac} = \frac{3\gamma P_0}{V_0} \pi a_T \frac{R'^4}{l_s^3} \frac{l_0 Z_{cs}}{\sigma_s^2 \sinh(\sigma_s l_s)} \left[ \cosh(\sigma_s l_s) - \frac{\sigma_s l_s}{2} \sinh(\sigma_s l_s) - 1 \right] \quad (19)$$

## ANALIZA REZULTATA I DISKUSIJA

Generalizovani model za TE komponentu FA odziva (19) sličnog je oblika kao i prethodni modeli [8] osim što se izrazi za termalnu impedansu (jednačina (5)) i kompleksni koeficijent prostiranja (jednačina (6)) razlikuju.

Zanemarivanjem toplotne memorije izraz (19) se može svesti na klasičan model [8], čime je potvrđena njegova tačnost. Iz izraza (19) može da se vidi da TE komponenta zavisi od geometrijskih, elastičnih i termalnih svojstava uzorka, uključujući i toplotnu memoriju materijala, što znači da snimljeni frekventni FA odzivi sadrže informaciju o ovim svojstvima. Da bi se ispitalo koliki je uticaj toplotne memorije analiziran je normalizovani oblik izraza (19):

$$\rho_{acn} = \frac{1 + j\omega_1}{z^3} \frac{\cosh(z) - \frac{z}{2} \sinh(z) - 1}{\sinh(z)} \quad (20)$$

gde su uvedene sledeće smene:

$$z = \sigma_s l_s = \frac{l_s}{\sqrt{D_T \tau}} \sqrt{j\omega_1 (1 + j\omega_1)} = T_{00} \sqrt{j\omega_1 (1 + j\omega_1)} \quad (21)$$

$$\omega_1 = \omega \tau \quad (22)$$

Odgovarajući klasičan izraz je oblika [8]:

$$\rho_{acn0} = \frac{1}{z_0^3} \frac{\cosh(z_0) - \frac{z_0}{2} \sinh(z_0) - 1}{\sinh(z_0)} \quad (23)$$

gde je:

$$z_0 = T_{00} \sqrt{j\omega_1} \quad (24)$$

Na osnovu izraza (20) i (21), amplitudski i fazni spektri normalizovanog signala opisani su izrazima (25) i (26):

$$A_n = \frac{1}{T_{00}^2 \omega_1} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sqrt{\frac{\sinh^2\left(\frac{x}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{y}{2}\right) + \frac{x^2 + y^2}{4} \left[ \sinh^2\left(\frac{x}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{y}{2}\right) \right] - \frac{x}{2} \sinh(x) - \frac{y}{2} \sin(y)}{\sinh^2\left(\frac{x}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{y}{2}\right)} \quad (25)$$

$$\varphi_n = \arctan \frac{\cosh\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{y}{2}\right) - \frac{x}{2}\sinh\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{y}{2}\right) - \left(\frac{y}{2}\right)\cosh\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{y}{2}\right)}{\sinh\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{y}{2}\right) - \left(\frac{x}{2}\right)\cosh\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{y}{2}\right) + \left(\frac{y}{2}\right)\sinh\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{y}{2}\right)} - \arctan \frac{\sinh\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{y}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{y}{2}\right)} - \frac{3\pi}{4} - \frac{\arctan(\omega_1)}{2} \tag{26}$$

gde su:

$$x = T_{00} \sqrt{\frac{\omega_1 \sqrt{1 + \omega_1^2} - \omega_1^2}{2}} \tag{27}$$

$$y = T_{00} \sqrt{\frac{\omega_1 \sqrt{1 + \omega_1^2} + \omega_1^2}{2}} \tag{28}$$

Na slici 3 i 4 su prikazane punim linijama faza i amplituda normalizovane i generalizovane TE komponente, izrazi (25) i (26), a isprekidanim linijama amplituda i faza normalizovane klasične TE komponente za tri različite vrednosti  $T_{00}$  ( $T_{00} = 0,1, T_{00} = 0,55$  i  $T_{00} = 1$ ).

Kao što se može videti sa slike 3, na niskim učestanostima modulacije ( $\omega \ll 1/\tau$ ) i klasični i generalizovani model predviđaju konstantnu vrednost amplitude i nezavisnost od  $T_{00}$  (od debljine i termalnih svojstava uzorka).

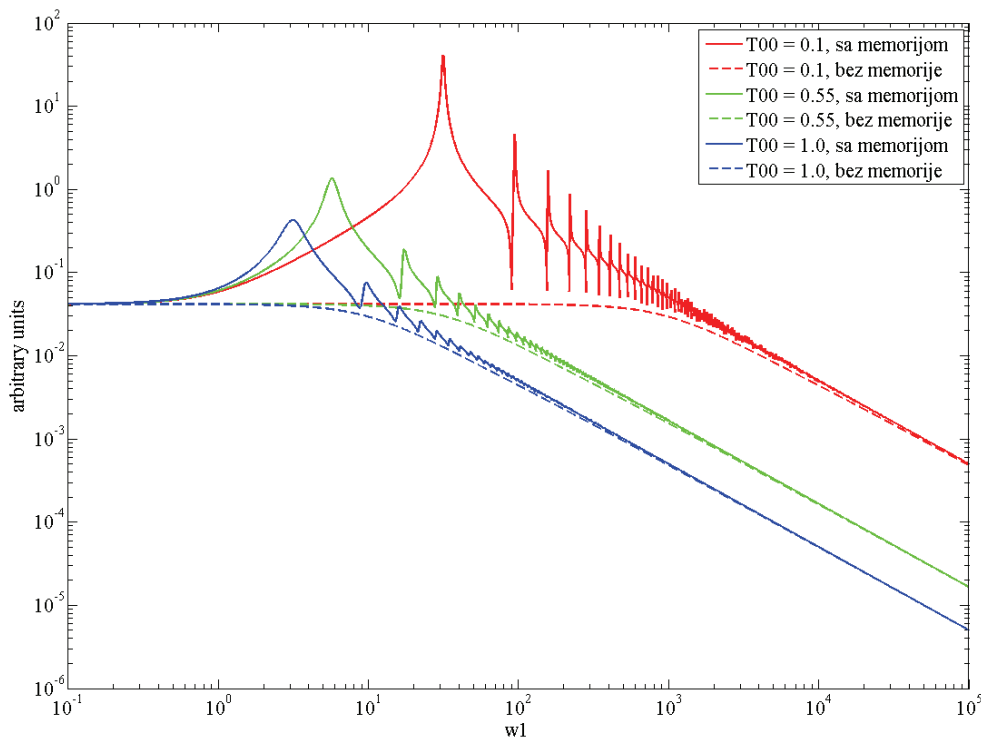
Matematički se pokazuje da je ova konstantna vrednost:

$$\lim_{\omega_1 \rightarrow 0} |p_{acn}| = \lim_{\omega_1 \rightarrow 0} |p_{acn0}| = \frac{1}{24} \tag{29}$$

Na visokim učestanostima ( $\omega \gg 1/\tau$ ) oba modela predviđaju da amplituda TE komponente teži nuli sa istim nagibom, nezavisno od  $T_{00}$ :

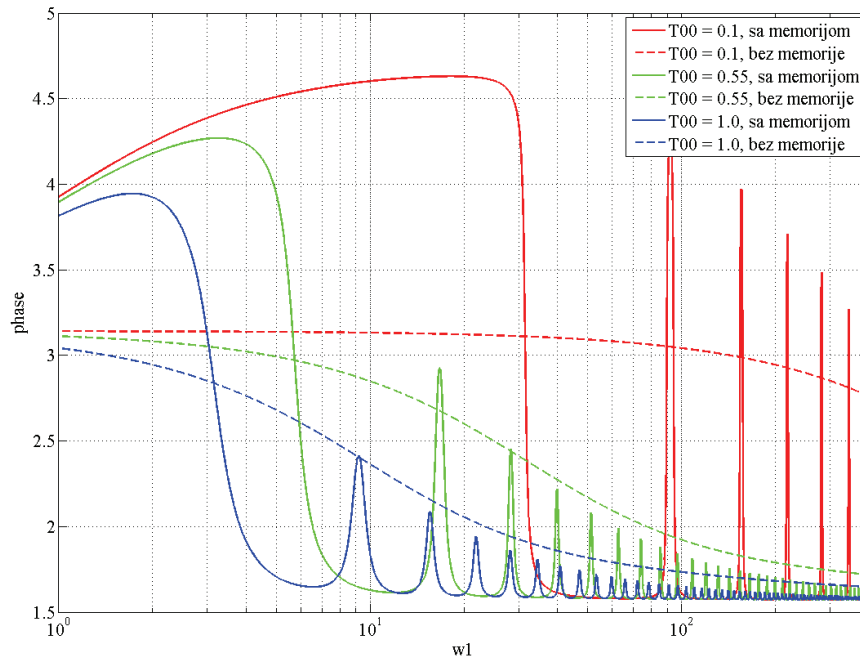
$$\lim_{\omega_1 \rightarrow \infty} |p_{acn}| = \lim_{\omega_1 \rightarrow \infty} |p_{acn0}| = 0 \tag{30}$$

U srednjem opsegu učestanosti, toplotna memorija značajno utiče i na oblik i na veličinu amplitudske i faze TE komponente. Ovaj opseg učestanosti zavisi od bezdimenzionone veličine  $T_{00}$  – što je veće  $T_{00}$  niže su učestanosti na kojima počinje da se ispoljava uticaj toplotne memorije, ali je i razlika između klasičnog i generalizovanog modela manja na svim učestanostima.



Slika 3. Amplituda normalizovane termoelastične komponente za više vrednosti bezdimenzionog parametra  $T_{00}$ . Punom linijom su prikazana predviđanja generalizovanog modela a isprekidanom linijom predviđanja klasičnog modela.

Figure 3. Amplitude diagrams of normalized thermoelastic component for multiple values of non-dimensional parameter  $T_{00}$ . Full lines represent the predictions of the generalized model, dashed lines represent the predictions of the classic model.



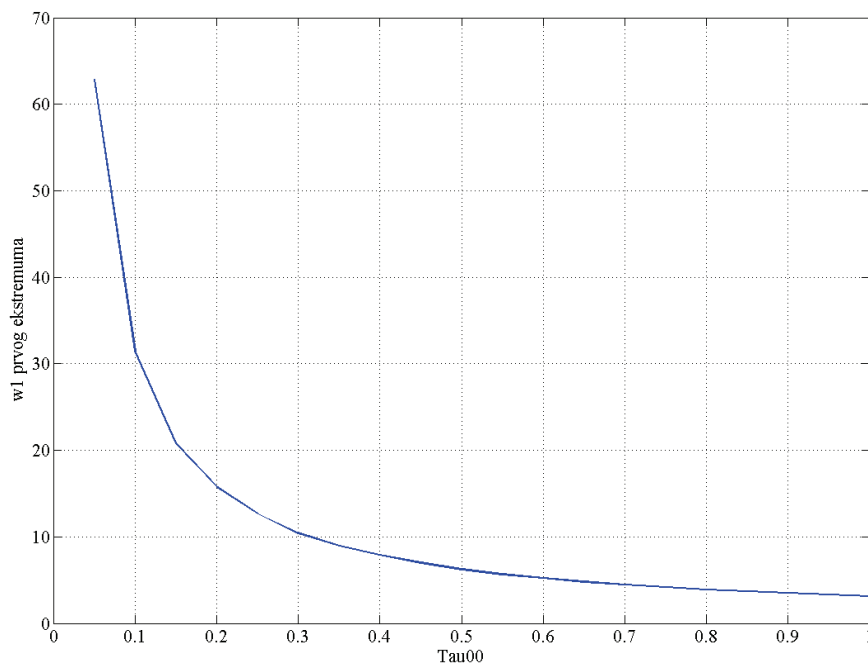
Slika 4. Faza normalizovane termoelastične komponente za više vrednosti bezdimenzionog parametra  $T_{00}$ . Punom linijom su prikazana predviđanja generalizovanog modela a isprekidanom linijom predviđanja klasičnog modela.

Figure 4. Phase diagrams of normalized thermoelastic component for multiple values of non-dimensional parameter  $T_{00}$ . Full lines represent the predictions of the generalized model, dashed lines represent the predictions of the classic model.

Osim toga, na pomenutim slikama se može uočiti da toplotna memorija predviđa pojavu oscilatornih spektara i amplitude i faze. Maksimalne vrednostima amplitude mogu biti i nekoliko redova veličina veće od amplituda na niskim učestanostima i zavise od  $T_{00}$ . Sa porastom  $T_{00}$  maksimumi i lokalni maksimumi padaju, a lo-

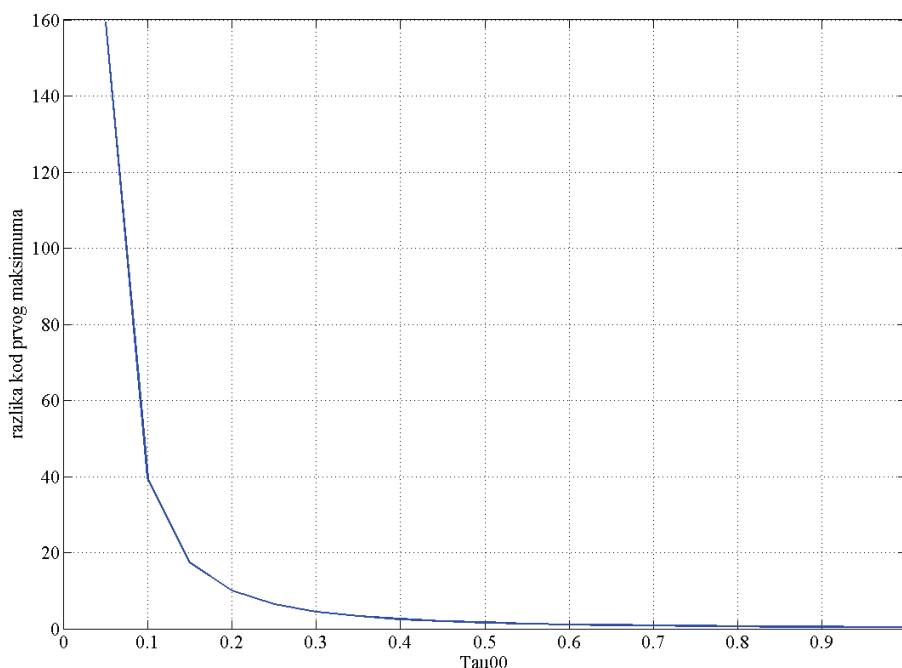
kalni minimumi rastu u oba spektra, odnosno amplitudne oscilacije se smanjuju.

Položaj i veličina maksimuma amplitude u zavisnosti od  $T_{00}$  prikazani su na slikama 5 i 6. Položaj maksimuma i u amplitudskom i u faznom spektru se opisuje sledećom analitičkom zavisnošću:



Slika 5. Položaj prvog maksimuma u zavisnosti od bezdimenzionog parametra  $T_{00}$ .

Figure 5. The position of first maximum as a function of non-dimensional parameter  $T_{00}$ .



Slika 6. Razlika amplituda generalizovanog i klasičnog modela u tački prvog maksimuma.

Figure 6. The difference between generalized and classic model for the point of first maximum, as a function of the non-dimensional parameter  $T_{00}$ .

$$\omega_{1\max} T_{00} = \pi \quad (31)$$

odakle se može uspostaviti veza između položaja prvog maksimuma i brzine prostiranja toplote kroz uzorak,  $c_{th}$ :

$$f_{\max} = c_{th} / (2l_s) \quad (32)$$

što znači da položaj maksimalne vrednosti TE komponente zavisi upravo srazmerno od brzine prostiranja toplote, a obrnuto srazmerno od debljine uzorka. Odatle se lako zaključuje da što je uzorak deblji, to je niža učestanost na kojoj se može uočiti uticaj toplotne memorije.

Za veličinu amplitude ne može da se nađe jednostavna analitička zavisnost, ali se na osnovu slike 6 može uočiti da se sa porastom  $T_{00}$  smanjuje razlika između maksimalne amplitude koju predlaže generalizovana teorija i klasične teorije. Kada ova razlika postane dovoljno mala, može se očekivati da uticaj toplotne memorije postaje mali i na amplitudu i na fazu TE komponente u celom frekventnom opsegu. Da bi dalje ispitali ovu granicu, analizirani su izrazi (25) i (26).

Sprovedena analiza pokazuje da za  $T_{00} > 2$  amplitude oscilacija u amplitudnoj i faznoj karakteristici teže nuli (slike 7 i 8). Na osnovu definicija  $T_{00}$  (jednačina (21)) i slika 7 i 8 pokazuje se da se za uzorke kod kojih je  $l > > 2\sqrt{D_T \tau}$  gube oscilacije i u amplitudskom i u faznom spektru, tako da uticaj toplotne memorije na TE komponentu FA odziva postaje manje uočljiv.

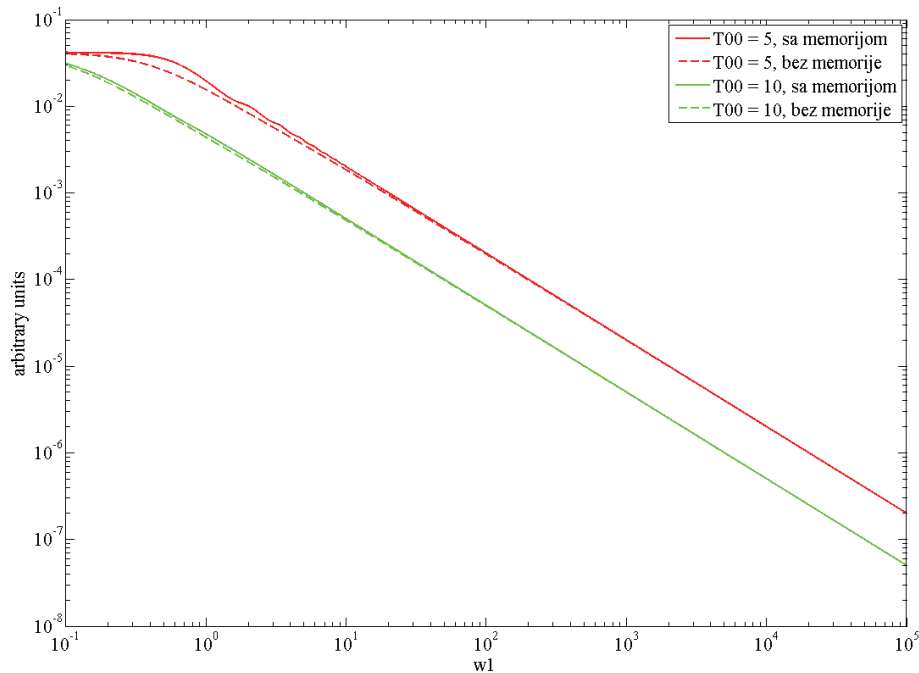
Na osnovu sprovedene analize može se zaključiti da se smanjivanjem debljine uzorka povećava uticaj toplotne memorije, ali se istovremeno povećava učesta-

nost na kojoj ovaj uticaj postaje dominantan. To znači da bi za određivanje toplotnih memorijskih svojstava trebalo raditi sa geometrijski tanjim uzorcima, ali to istovremeno zahteva detekcionu šemu koja dozvoljava više učestanosti modulacije. Kod debljih uzoraka, predloženi generalizovani model, može da poveća tačnost određivanja toplotne difuzivnosti, geometrijskih i elastičnih svojstava.

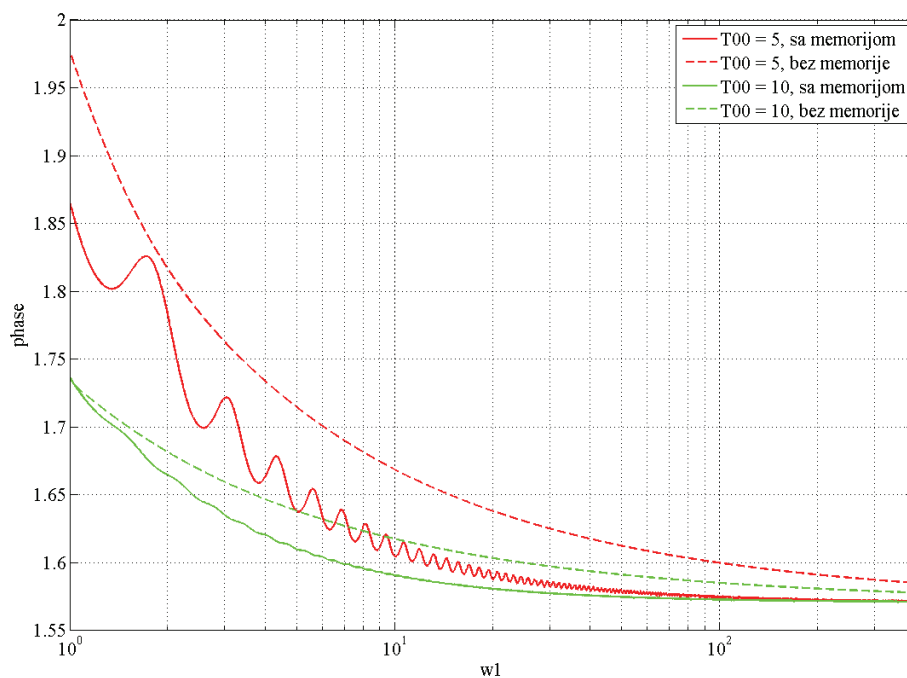
## ZAKLJUČAK

Izveden je generalizovani model za termoelastičnu komponentu fotoakustičnog odziva koji uključuje uticaj toplotne memorije materijala. Pokazano je da toplotna memorija ima značajan uticaj na oblik i veličinu amplitudskih i faznih spektara kod tankih uzoraka, u određenom opsegu učestanosti. Granice ovog opsega zavise od debljine uzorka i brzine prostiranja toplote kroz uzorak. Sa povećanjem debljine uzorka, ovaj uticaj postaje sve manji, pa se preko neke kritične debljine može i zanemariti u celom frekventnom opsegu.

Predloženi model omogućuje da se odredi opseg valjanosti prethodnih modela, poveća tačnost određivanja termalnih, elastičnih i geometrijskih svojstava uzorka izvan ovog opsega, i predstavlja osnovu za dalji razvoj FA metoda u smeru njihove primene za određivanje toplotnih memorijskih svojstava čvrstih tela.



Slika 7. Amplituda normalizovane termoelastične komponente za dve vrednosti  $T_{00} > 2$ . Punom linijom su prikazana predviđanja generalizovanog modela a isprekidanom linijom predviđanja klasičnog modela.  
 Figure 7. Amplitude diagrams of normalized thermoelastic component for two values of  $T_{00} > 2$ . Full lines represent the predictions of the generalized model, dashed lines represent the predictions of the classic model.



Slika 8. Faza normalizovane termoelastične komponente za dve vrednosti  $T_{00} > 2$ . Punom linijom su prikazana predviđanja generalizovanog modela a isprekidanom linijom predviđanja klasičnog modela.  
 Figure 8. Phase diagrams of normalized thermoelastic component for two values of  $T_{00} > 2$ . Full lines represent the predictions of the generalized model, dashed lines represent the predictions of the classic model.

#### Zahvalnica

Zahvaljujemo se Ministarstvu za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije (projekti 141013 i TR19027) za podršku pruženu u izradi ovog rada.

#### LITERATURA

- [1] S. Galović, Z. Šoškić, D.M. Todorović, Thermal wave microscopy: fundamentals and applications, in: A. Mendez-Vilas, J. Diaz (Eds.) Microscopy: Science, Tech-



- nology, Applications and Educations, Formatex Research Center, Badajoz, Spain, 2010
- [2] H. Vargas, L.C.M. Miranda, Photoacoustic and related photothermal techniques. *Phys. Rep.* **161** (1998) 45–101
- [3] M. Terasina, N. Hirota, S.E. Braslavsky, A. Mandelis, S.E. Bialkowski, G.J. Diebold, R.S.D. Miller, D. Fournier, R.A. Palmer, A. Tam, Quantities, terminology, and symbols in photothermal and related spectroscopies, *Pure Appl. Chem.* **76** (2004) 1083–1111
- [4] D.M. Todorović, P.M. Nikolić, Carrier Transport Contribution to Thermoelastic and Electronic Deformation in Semiconductor, in: A. Mandelis and P.Hess (Eds.), *Progress in Photothermal and Photoacoustic Science and Technology- Semiconductors and Electronic Materials*, ed., SPIE Press, Bellingham, Washington USA, 2000
- [5] P. M. Nikolić, D.M. Todorović, An investigation of semi-conducting materials using a photoacoustic method, Serbian Academy of Sciences and Arts Department of Technical Sciences Book 40, Monographs vol. DCXLVIII, Belgrade, 2001 (in Serbian)
- [6] A. Rosencwaig, Thermal wave microscopy with photoacoustics, *J. Appl. Phys.* **51** (1980) 2210–2211
- [7] F. McDonald, G. Westel, Generalized theory of the photoacoustic effect, *J. Appl. Phys.* **49** (1978) 2313–2322
- [8] G. Rousset, F. Lepoutre, L. Bertrand, Influence of thermoelastic bending on photoacoustic experiments related to measurements of thermal diffusivity of metals, *J. Appl. Phys.* **54** (1983) 2383–2391
- [9] H. Bennet, R. Forman, Absorption coefficients of highly transparent solids: photoacoustic theory for cylindrical configuration, *Appl. Opt.* **15** (1976) 1313–1321
- [10] S. Galović, D. Kostoski, Photothermal wave propagation in media with thermal memory. *J. Appl. Phys.* **95** (2003) 2063–2070
- [11] D.D. Joseph, L. Preziosi, Heat waves, *Rev. Mod. Phys.* **61** (1988) 41–73
- [12] D.D. Joseph, L. Preziosi, Addendum to heat waves, *Rev. Mod. Phys.* **62** (1990) 375–390
- [13] I.A. Novikov, Harmonic thermal waves in materials with thermal memory, *J. Appl. Phys.* **81** (1997) 1067–1072
- [14] S. Galović, Z. Stojanović, D. Čevizović, M. Popović, Photothermal microscopy: a step from thermal wave visualization to spatially localized thermal analysis, *J. Microsc.* **232** (2008) 558–561
- [15] S. Galović, Z. Šoškić, M. Popović, Analysis of photothermal response of thin solid films by analogy with passive linear electric networks, *Thermal Science* **13** (2009) 129–142
- [16] M. Popović, Z. Stojanović, S. Galović, Thermal memory effects to photothermal pulse response, *Hem. Ind.* **61** (2007) 66–70 (in Serbian)
- [17] W. Nowacki, *Dynamics of Elastic Systems*, Chapman & Hall Ltd., London, 1963.

## SUMMARY

### INFLUENCE OF THERMAL MEMORY ON THE THERMOELASTIC BENDING COMPONENT OF PHOTOACOUSTIC RESPONSE

Mioljub V. Nešić, Marica N. Popović, Slobodanka P. Galović

<sup>1</sup>*IHS Techno-experts d.o.o., Research and Development Centre, Belgrade, Serbia*

<sup>2</sup>*Department of Petroleum Engineering, Faculty of Technology, University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia*

(Scientific paper)

In this work, the thermoelastic component of the photoacoustic response is derived, including the thermal memory of the material. The comparison between this model and the classic one, which does not account for the influence of thermal memory is made. It has been noticed that the two models tend to overlap at very high and very low frequencies of the light modulation spectrum, while in the middle range some deviations become more apparent, which proves that thermal memory must be taken into account. It has also been shown that the limits of this range are the function of heat propagation velocity and thickness of the sample. Based upon the processing of obtained data, it has been concluded that the characteristics of the output signal, in the range of the interest, are highly influenced by thermal dynamic qualities, like heat diffusivity and thermal relaxation time, as well as the sample thickness.

**Keywords:** Photoacoustics • Thermoelastic bending • Thermal memory